ชุดกิจกรรมการเรียนรู้ Active Learning
เน้นสมรรถนะและคุณลักษณะอันพึงประสงค์

พัฒนาโครงงานและการสร้างนวัตกรรม

คณิตศาสตร์

ตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560)
ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
เล่ม 1

ศาสตราจารย์กิตติคุณ ดร.ยุพิน พิพิธกุล
รองศาสตราจารย์ ดร.สิริพร ทิพย์คง

สถาบันพัฒนาคุณภาพวิชาการ (พว.)

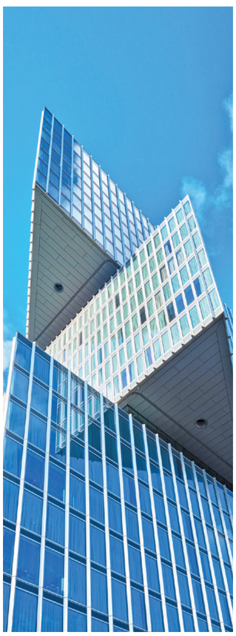
พัฒนาโครงงาน
และการสร้าง
นวัตกรรม

ชุดกิจกรรมการเรียนรู้ Active Learning
เน้นสมรรถนะและคุณลักษณะอันพึงประสงค์

คณิตศาสตร์

ตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560)
ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
เล่ม 1



ศาสตราจารย์กิตติคุณ ดร.ยุพิน พิพิธกุล
รองศาสตราจารย์ ดร.สิริพร ทิพย์คง

สถาบันพัฒนาคุณภาพวิชาการ (พว.)
1256/9 ถนนนครไชยศรี แขวงถนนนครไชยศรี เขตดุสิต กรุงเทพฯ 10300
โทร. 0-2243-8000 (อัตโนมัติ 15 สาย), 0-2241-8999
แฟกซ์ : ทุกหมายเลข, แฟกซ์อัตโนมัติ : 0-2241-4131, 0-2243-7666
website : www.iadth.com

คำนำ

เนื่องจากคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีผลต่อการพัฒนาความคิดของมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ ระเบียบ มีแบบแผน มีความสามารถในการคิดวิเคราะห์ปัญหา คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ และแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องเหมาะสม คณิตศาสตร์เป็นทั้งศาสตร์และศิลป์ที่ศึกษาเกี่ยวกับแบบรูปและความสัมพันธ์ เพื่อให้ได้ข้อสรุปและนำไปใช้ประโยชน์ได้ สามารถใช้ในการสื่อความหมาย และเชื่อมโยงความรู้ระหว่างศาสตร์ต่าง ๆ หนังสือชุดกิจกรรมการเรียนรู้ Active Learning เน้นสมรรถนะและคุณลักษณะอันพึงประสงค์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เล่ม 1 เล่มนี้ เป็นหนังสือที่จัดทำขึ้นเพื่อมุ่งพัฒนาสมรรถภาพการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนให้สอดคล้องกับตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

การนำเสนอแนวทางการจัดการเรียนการสอนในหนังสือเล่มนี้ ประกอบด้วย เนื้อหาและความคิดรวบยอด โจทย์เสริมทักษะ แบบฝึกหัดเสริมทักษะ และแบบฝึกทบทวน ที่มุ่งพัฒนาทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และท้ายเล่มยังมีแบบทดสอบที่ครอบคลุมเนื้อหาสาระทุกหน่วยในเล่ม เพื่อให้นักเรียนตรวจสอบความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาสาระที่เรียนตั้งแต่หน่วยการเรียนรู้แรกจนถึงหน่วยการเรียนรู้สุดท้าย นอกจากนี้ยังส่งเสริมการเรียนรู้ด้วยวิธีที่หลากหลาย เพื่อพัฒนาคุณภาพของผู้เรียนตามศักยภาพ ซึ่งแสดงให้เห็นถึงการเน้นบทบาทของผู้เรียนเป็นสำคัญ

ผู้เขียนมีความตระหนักในความสำคัญของครูผู้สอนคณิตศาสตร์เป็นอย่างยิ่ง เพราะท่านเป็นผู้มีบทบาทสำคัญในการนำสิ่งต่าง ๆ ในหนังสือเล่มนี้ไปสู่ห้องเรียน ผู้เขียนหวังเป็นอย่างยิ่งว่า ความเข้มแข็งในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ผนวกกับแนวคิดและแนวทางที่นำเสนอไว้ในหนังสือเล่มนี้จะช่วยพัฒนาเด็กไทยให้รักและมีความสุขในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ มีความสามารถทางคณิตศาสตร์ที่เพียงพอในการพัฒนาคุณภาพชีวิต สามารถใช้คณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ และเป็นพื้นฐานในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ขั้นสูงต่อไป

ผู้เขียน

ศาสตราจารย์กิตติคุณ ดร.ยุพิน พิพิธกุล

รองศาสตราจารย์ ดร.สิริพร ทิพย์คง

สงวนลิขสิทธิ์ บริษัท พัฒนาคุณภาพวิชาการ (พว.) จำกัด

สารบัญ

หน้า

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1

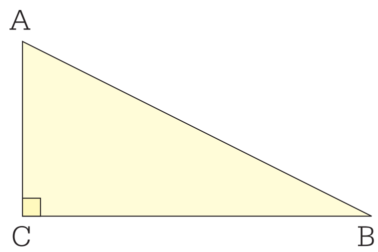
ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับ

ตัวชี้วัดปลายทาง

ค 2.2 ม.2/5

1. ความสัมพันธ์ของความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ถ้า $\triangle ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งมี $A\hat{C}B$ เป็นมุมฉาก

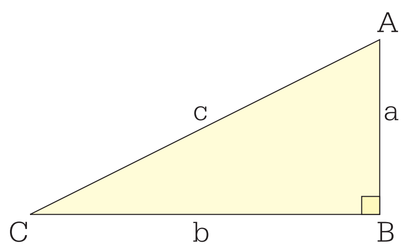


เรียก $\overline{AB}$ ว่า **ด้านตรงข้ามมุมฉาก**

เรียก $\overline{AC}$ และ $\overline{BC}$ ว่า **ด้านประกอบมุมฉาก**

จะเห็นว่า ด้านตรงข้ามมุมฉากเป็นด้านที่ยาวที่สุด

พิจารณารูปสามเหลี่ยมมุมฉากต่อไปนี้



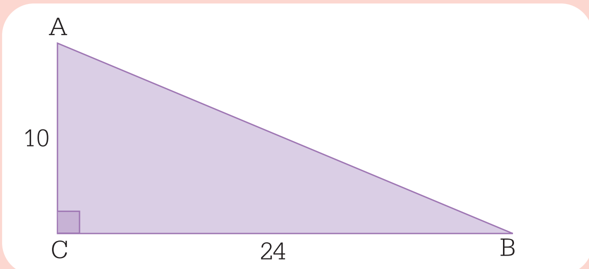
หากนักเรียนพิจารณาเป็นความสัมพันธ์ของความยาวด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก (ตรวจสอบด้วยการวัดความยาวด้าน) จะมีค่า $a^2 + b^2$ ใกล้เคียงกับ c^2 ยิ่งวัดความยาวได้แม่นยำเที่ยงตรงเท่าไร ไม่ว่าจะในรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ ก็จะได้ว่า $c^2 = a^2 + b^2$ เมื่อ c แทนความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก a และ b แทนความยาวของด้านประกอบมุมฉาก

ความสัมพันธ์ของความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ มีความสัมพันธ์กัน กล่าวคือ กำลังสองของความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉากเท่ากับผลบวกของกำลังสองของความยาวของด้านประกอบมุมฉาก

นักเรียนสามารถใช้ความสัมพันธ์ของความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากในการหาความยาวของด้านใดด้านหนึ่งของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่ต้องการทราบได้ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1 จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่กำหนด หาความยาวของ $\overline{AB}$

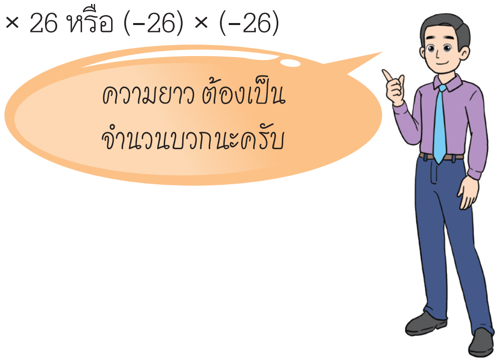


วิธีทำ จากความสัมพันธ์ของความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

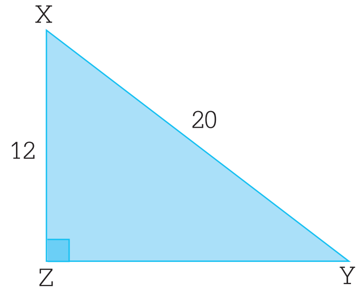
จะได้

$$
\begin{aligned}
AB^2 &= AC^2 + BC^2 \\
&= 10^2 + 24^2 \\
&= 100 + 576 \\
&= 676 \\
&= 26 \times 26 \text{ หรือ } (-26) \times (-26) \\
AB &= 26
\end{aligned}
$$

ดังนั้น $\overline{AB}$ ยาว 26 หน่วย



ตัวอย่างที่ 2 จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่กำหนด หาความยาวของ $\overline{YZ}$



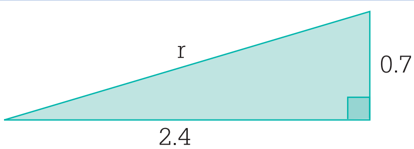
วิธีทำ จากความสัมพันธ์ของความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

จะได้

$$
\begin{aligned}
XY^2 &= XZ^2 + YZ^2 \\
20^2 &= 12^2 + YZ^2 \\
YZ^2 &= 20^2 - 12^2 \\
&= 400 - 144 \\
&= 256 \\
&= 16 \times 16 \text{ หรือ } (-16) \times (-16) \\
YZ &= 16
\end{aligned}
$$

ดังนั้น $\overline{YZ}$ ยาว 16 หน่วย

ตัวอย่างที่ 3 จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่กำหนด หาค่าของ r



วิธีทำ จากความสัมพันธ์ของความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

จะได้

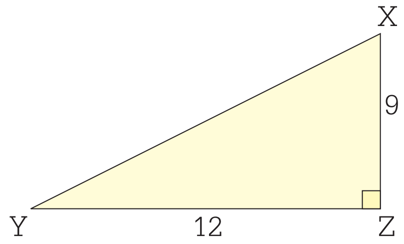
$$
\begin{aligned}
r^2 &= (2.4)^2 + (0.7)^2 \\
&= 5.76 + 0.49 \\
&= 6.25 \\
&= 2.5 \times 2.5 \text{ หรือ } (-2.5) \times (-2.5) \\
r &= 2.5
\end{aligned}
$$

ดังนั้น r เท่ากับ 2.5 หน่วย

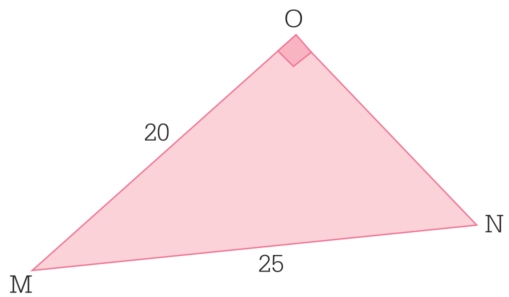
แบบฝึกหัดที่ 1

แสดงวิธีหาความยาวของด้านที่เหลือ เมื่อกำหนดความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากมาให้ 2 ด้าน

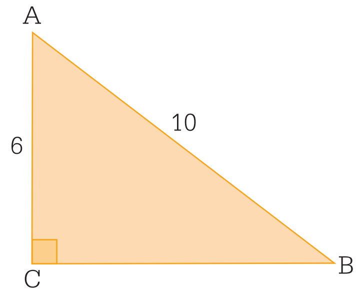
1.



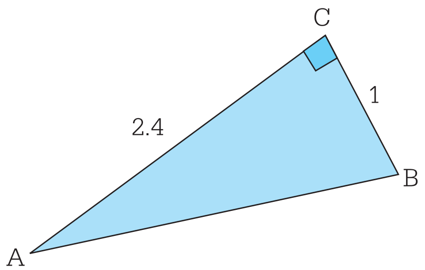
2.



3.

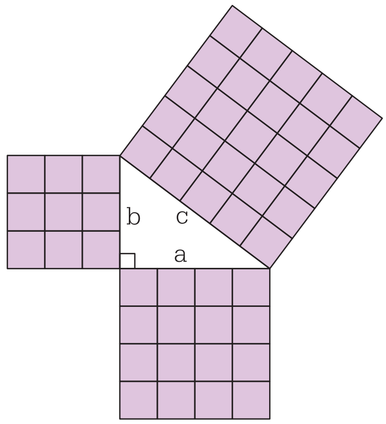


4.



2. ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

นักเรียนพิจารณารูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC ต่อไปนี้



จากรูป พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้าน c เท่ากับ 25 ตารางหน่วย

พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้าน a และ b เท่ากับ 16 และ 9 ตารางหน่วย ตามลำดับ

จะเห็นว่า $25 = 16 + 9$

$5^2 = 4^2 + 3^2$

นั่นคือ $c^2 = a^2 + b^2$

พิจารณาความสัมพันธ์ของความยาวด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก เมื่อ c เป็นความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก a และ b เป็นความยาวของด้านประกอบมุมฉาก จะเป็นดังนี้

$$c^2 = a^2 + b^2$$

ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

a	b	c	a^2	b^2	c^2
3	4	5	9	16	25
5	12	13	25	144	169
7	24	25	49	576	625
9	40	41	81	1,600	1,681
10	24	26	100	576	676
11	60	61	121	3,600	3,721
13	84	85	169	7,056	7,225
60	45	75	3,600	2,025	5,625
72	65	97	5,184	4,225	9,409
3,456	3,367	4,825	11,943,936	11,336,689	23,280,625

จากตารางข้างต้น จะเห็นว่า $c^2 = a^2 + b^2$

สงวนลิขสิทธิ์ บริษัท พัฒนาคุณภาพวิชาการ (พว.) จำกัด

ดังนั้น จึงสรุปเป็น **ทฤษฎีบทพีทาโกรัส (Pythagorean Theorem)** ได้ว่า

ในรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านตรงข้ามมุมฉากเท่ากับผลบวกของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านประกอบมุมฉาก

เกร็ดน่ารู้

เมื่อประมาณ 4,000 ปีมาแล้ว หลังจากผลงานของพีทาโกรัส ชาวบาบิโลเนียนได้เขียนจำนวนสามจำนวน (Pythagorean Triples) บนแผ่นดินเหนียว ได้แก่ 45 60 และ 75 ในเวลาต่อมามีการคิดค้นทฤษฎีบทพีทาโกรัสในสามมิติ

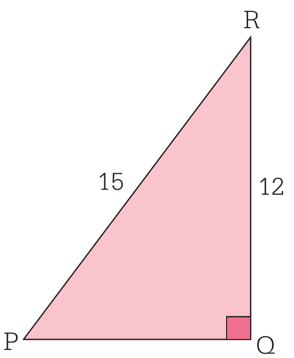
เมื่อ a, b, c และ d เป็นจำนวนเต็มบวกใด ๆ จะได้ว่า $a^2 + b^2 + c^2 = d^2$

ตัวอย่างเช่น $2^2 + 3^2 + 6^2 = 7^2$ และ $5^2 + 6^2 + 30^2 = 31^2$

สื่อ QR CODE

ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

ตัวอย่างที่ 1 จากรูปที่กำหนด หาความยาวของด้านที่เหลือ



วิธีทำ เนื่องจาก $\triangle PQR$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ที่มี $P\hat{Q}R$ เป็นมุมฉาก

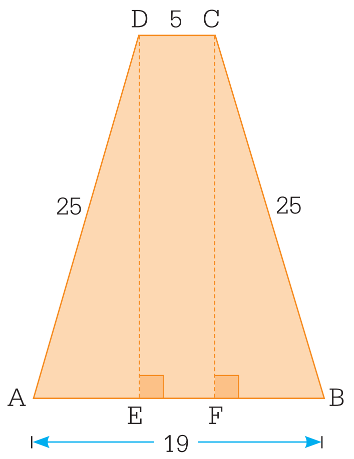
จะได้ $PR^2 = PQ^2 + QR^2$

ในที่นี้ $PR = 15$ และ $QR = 12$

จะได้
$$
\begin{aligned}
15^2 &= PQ^2 + 12^2 \\
PQ^2 &= 15^2 - 12^2 \\
&= 225 - 144 \\
&= 81 \\
&= 9 \times 9 \\
PQ &= 9
\end{aligned}
$$

ดังนั้น ด้านที่เหลือ ($\overline{PQ}$) ยาว 9 หน่วย

ตัวอย่างที่ 2 จากรูปที่กำหนด หาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมคางหมู



วิธีทำ $\square ABCD$ เป็นรูปสี่เหลี่ยมคางหมู
ที่มี $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ และ $\overline{DA}$
ยาว 19, 25, 5 และ 25 หน่วย ตามลำดับ
ลาก $\overline{DE} \perp \overline{AB}$ ที่จุด E และลาก $\overline{CF} \perp \overline{AB}$
ที่จุด F

แต่ $AE + EF + FB = 19$

และ $EF = CD$ ซึ่งยาวเท่ากับ 5 หน่วย

$$AE + 5 + FB = 19$$

จะได้ $AE + FB = 19 - 5$

$$= 14$$

แต่ $AE = FB$

$$2AE = 14$$

$$AE = \frac{14}{2}$$

$$= 7$$

พิจารณา $\triangle ADE$ ที่มี $A\hat{E}D$ เป็นมุมฉาก มี $AD = 25$

จะได้ $AD^2 = AE^2 + DE^2$

$$25^2 = 7^2 + DE^2$$

$$DE^2 = 25^2 - 7^2$$

$$= 625 - 49$$

$$= 576$$

$$= 24 \times 24$$

$$DE = 24$$

พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมคางหมู $= \frac{1}{2} \times$ ความสูง $\times$ ผลบวกของความยาวของด้านคู่ขนาน

$$= \frac{1}{2} \times 24 \times (5 + 19)$$

$$= \frac{1}{2} \times 24 \times 24$$

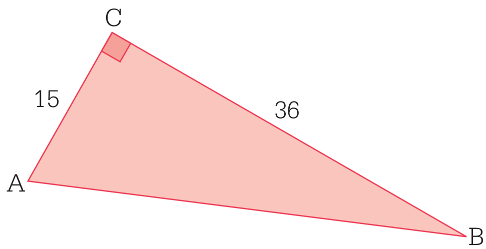
$$= 288$$

ดังนั้น รูปสี่เหลี่ยมคางหมูมีพื้นที่ 288 ตารางหน่วย

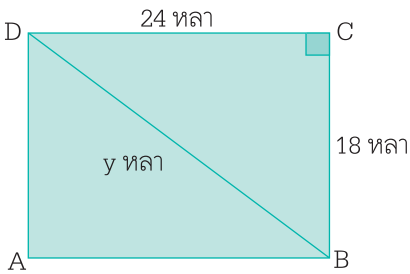
แบบฝึกหัดที่ 2

1. จากรูปที่กำหนด แสดงวิธีหาความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก

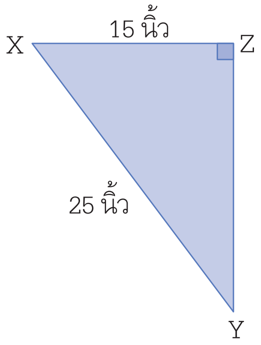
1)



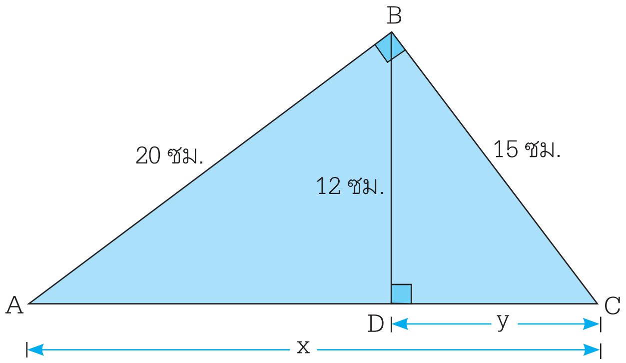
2) หาค่าของ y



2. จากรูปที่กำหนด หาความยาวของด้านที่เหลือ

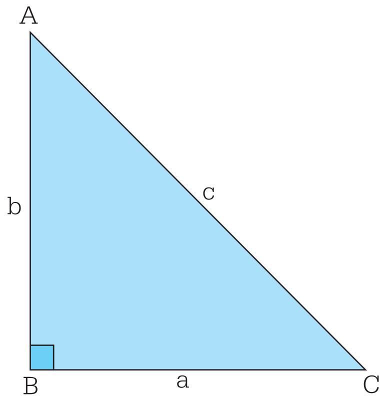


3. จากรูปที่กำหนด แสดงวิธีหาความยาวของ x และ y



สงวนลิขสิทธิ์ บริษัท พัฒนาคุณภาพวิชาการ (พว.) จำกัด

3. บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส



ถ้ารูปสามเหลี่ยม ABC มีด้านยาว a, b และ c หน่วยตามลำดับ และ $c^2 = a^2 + b^2$ จะได้ว่า รูปสามเหลี่ยม ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากโดยที่ a, b เป็นด้านประกอบมุมฉาก และ c เป็นด้านตรงข้ามมุมฉาก

ตัวอย่างที่ 1 รูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่งมีด้านยาว 9 เซนติเมตร 12 เซนติเมตร และ 15 เซนติเมตร เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่

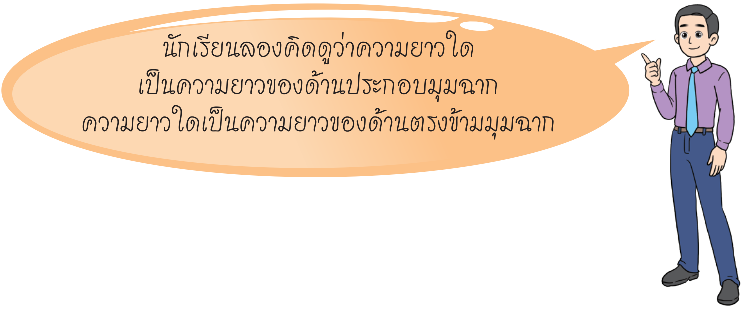
วิธีทำ กำหนดให้ a = 9 เซนติเมตร, b = 12 เซนติเมตร และ c = 15 เซนติเมตร

จะได้ $a^2 = 9^2 = 81$, $b^2 = 12^2 = 144$ และ $c^2 = 15^2 = 225$

$a^2 + b^2 = 81 + 144 = 225$

จะเห็นว่า $c^2 = a^2 + b^2$

ดังนั้น รูปสามเหลี่ยมรูปนี้เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก



ตัวอย่างที่ 2 สนามหญ้ารูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่งที่มีด้านยาว 0.7 เมตร 2.4 เมตร และ 2.5 เมตร เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่

วิธีทำ กำหนดให้ $a = 0.7$ เมตร, $b = 2.4$ เมตร และ $c = 2.5$ เมตร

จะได้ $a^2 = (0.7)^2 = 0.49$

$b^2 = (2.4)^2 = 5.76$

$c^2 = (2.5)^2 = 6.25$

$a^2 + b^2 = 0.49 + 5.76 = 6.25$

จะเห็นว่า $c^2 = a^2 + b^2$

ดังนั้น สนามหญ้ารูปสามเหลี่ยมนี้เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

แบบฝึกหัดที่ 3

พิจารณาว่ารูปสามเหลี่ยมที่มีด้านยาวตามที่กำหนด เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่ โดยใช้บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส

1. 8 นิ้ว 11 นิ้ว และ 19 นิ้ว

2. 30 หลา 40 หลา และ 50 หลา

สงวนลิขสิทธิ์ บริษัท พัฒนาคุณภาพวิชาการ (พว.) จำกัด

3. 30 เมตร 45 เมตร และ 50 เมตร

4. 5.7 หน่วย 5.7 หน่วย และ 10.7 หน่วย

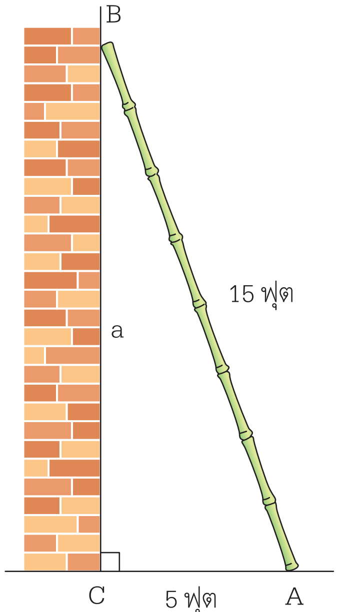
5. 18 นิ้ว 82 นิ้ว และ 80 นิ้ว

4. การนำไปใช้

เมื่อประมาณ 2,500 ปีมาแล้ว พีทาโกรัสได้พิสูจน์ทฤษฎีบทที่แสดงความสัมพันธ์เกี่ยวกับความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งนักเรียนสามารถนำความรู้เกี่ยวกับทฤษฎีบทพีทาโกรัสไปใช้ในชีวิตประจำวันได้ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1 ไม้ไผ่ยาว 15 ฟุต มารุตต้องการวางพาดริมกำแพงให้โคนไม้ไผ่อยู่ห่างจากกำแพง 5 ฟุต มารุตควรวางไม้ไผ่ให้ปลายไม้ไผ่สูงจากพื้นดินประมาณกี่ฟุต (ตอบเป็นจำนวนเต็ม)

วิธีทำ



ให้ AB แทนความยาวของไม้ไผ่

BC แทนความสูงจากพื้นดินถึงปลายไม้ไผ่

AC แทนระยะห่างระหว่างกำแพงกับโคนไม้ไผ่

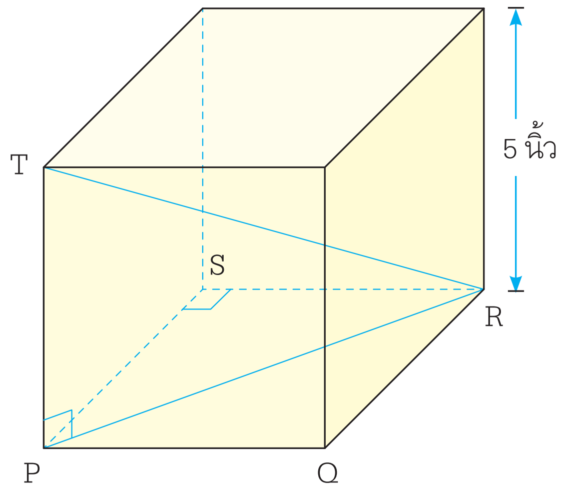
เนื่องจาก $\triangle ABC$ มี $B\hat{C}A$ เป็นมุมฉาก

จะได้

$$
\begin{aligned}
AB^2 &= BC^2 + AC^2 \\
15^2 &= a^2 + 5^2 \\
a^2 &= 15^2 - 5^2 \\
&= 225 - 25 \\
&= 200 \\
&\approx 14 \times 14 \\
a &\approx 14
\end{aligned}
$$

ดังนั้น มารุตควรวางไม้ไผ่ให้ปลายไม้ไผ่สูงจากพื้นดินประมาณ 14 ฟุต

ตัวอย่างที่ 2 หาความยาวของเส้นทแยงมุมของกล่องทรงลูกบาศก์ใบนี้ (ตอบเป็นจำนวนเต็ม)



วิธีทำ ให้ RT แทนความยาวของเส้นทแยงมุมของกล่องทรงลูกบาศก์

PR แทนความยาวของเส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส PQRS

เนื่องจาก $\triangle$PRS มี $P\hat{S}R$ เป็นมุมฉาก

จะได้

$$PR^2 = PS^2 + SR^2$$
$$PR^2 = 5^2 + 5^2$$
$$= 25 + 25$$
$$= 50$$

เนื่องจาก $\triangle$PRT มี $T\hat{P}R$ เป็นมุมฉาก

จะได้

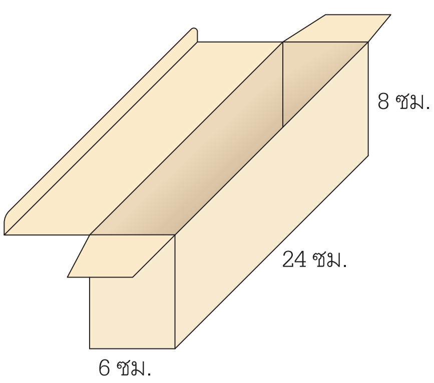
$$RT^2 = PT^2 + PR^2$$
$$= 5^2 + 50 \qquad (PR^2 = 50)$$
$$= 25 + 50$$
$$= 75$$
$$\approx 9 \times 9$$
$$RT \approx 9$$

ดังนั้น เส้นทแยงมุมของกล่องทรงลูกบาศก์ใบนี้ยาวประมาณ 9 นิ้ว

แบบฝึกหัดที่ 4

1. เสาธงสูง 40 ฟุต นักเรียนยืนเชิญธงชาติโดยถือธงสูงจากพื้นดิน 3 ฟุต และยืนอยู่ห่างจากเสาธง 9 ฟุต เชือกยาวประมาณกี่ฟุต (ตอบเป็นจำนวนเต็ม)

2. สุดธิดาจะนำร่มยาว 25 เซนติเมตร ใส่กล่องดังรูปนี้ได้หรือไม่



3. บันไดอันหนึ่งยาว 13 ฟุต เมื่อนำบันไดมาวางพิงอาคาร โดยให้โคนบันไดอยู่ห่างจากอาคาร 5 ฟุต ดังรูป อยากทราบว่าปลายบันไดอยู่สูงจากพื้นดินกี่ฟุต

สงวนลิขสิทธิ์ บริษัท พัฒนาคุณภาพวิชาการ (พว.) จำกัด

แบบฝึกหัดท้ายหน่วยการเรียนรู้ที่ 1

1. รูปสามเหลี่ยม DEF เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มี $D\hat{E}F$ เป็นมุมฉาก $\overline{DE}$ ยาว 12 หน่วย และ $\overline{EF}$ ยาว 16 หน่วย หาความยาวของด้านที่เหลือ

2. พิจารณาว่ารูปสามเหลี่ยม ABC ที่มีความยาวของด้าน 1.6, 3 และ 3.4 หน่วย ตามลำดับ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่

3. รูปสามเหลี่ยม PQR เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งมี $P\hat{Q}R$ เป็นมุมฉาก $\overline{QS} \perp \overline{PR}$ ที่จุด S ถ้า $\overline{PQ}$ ยาว 24 หน่วย และ $\overline{PR}$ ยาว 30 หน่วย หาความยาวของ $\overline{QS}$ และความยาวเส้นรอบรูปของรูปสามเหลี่ยม PQR

สงวนลิขสิทธิ์ บริษัท พัฒนาคุณภาพวิชาการ (พว.) จำกัด

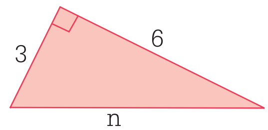
แบบทดสอบหน่วยการเรียนรู้ที่ 1

16 - 20	ดีมาก
14 - 15	ดี
12 - 13	พอใช้
ต่ำกว่า 12	ควรปรับปรุง

ฉันได้ ______ คะแนน

ตอนที่ 1 ระบายวงกลมตัวเลือกที่เป็นคำตอบที่ถูกต้อง ① ② ③ หรือ ④ (ข้อละ 1 คะแนน)

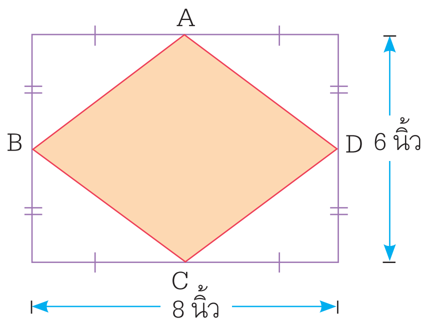
1. จากรูปที่กำหนด n ยาวประมาณกี่หน่วย



① 6 หน่วย ② 6.7 หน่วย

③ 7.6 หน่วย ④ 8 หน่วย

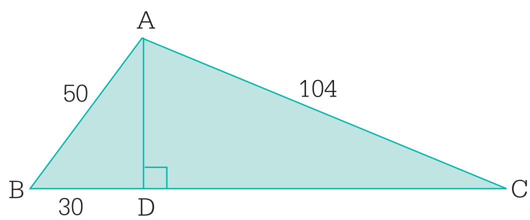
2. จากรูปที่กำหนด หาความยาวรอบรูปสี่เหลี่ยม ABCD



① 20 นิ้ว ② 18 นิ้ว

③ 16 นิ้ว ④ 15 นิ้ว

3.



จากรูป พื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม ABC เท่ากับข้อใด

① 1,200 ตารางหน่วย

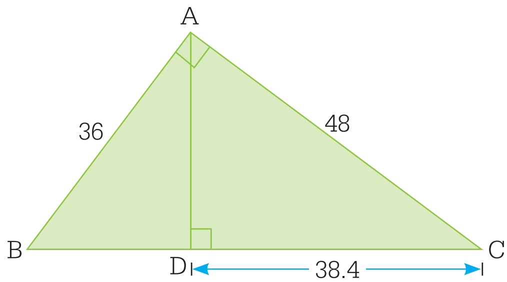
② 1,500 ตารางหน่วย

③ 2,000 ตารางหน่วย

④ 2,520 ตารางหน่วย

สงวนลิขสิทธิ์ บริษัท พัฒนาคุณภาพวิชาการ (พว.) จำกัด

4. จากรูปที่กำหนด △ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก หาความยาวของด้าน BD



① 21.6 หน่วย

② 28.8 หน่วย

③ 38.4 หน่วย

④ 60 หน่วย

5. ธีระพงษ์เริ่มเดินทางไปทิศตะวันออก 3 เมตร เลี้ยวไปทางทิศเหนือ 4 เมตร แล้วหันหน้าเดินไปทางทิศตะวันออกอีก 6 เมตร และเดินทางไปทางทิศเหนืออีก 8 เมตร จนถึงจุดหมายปลายทาง อยากทราบว่าจุดเริ่มต้นและจุดหมายปลายทางห่างกันกี่เมตร

① 9 เมตร

② 12 เมตร

③ 15 เมตร

④ 26 เมตร

6. กระดาษรูปสามเหลี่ยมมุมฉากมีด้านประกอบมุมฉากด้านหนึ่งยาว 24 นิ้ว และมีพื้นที่ 84 ตารางนิ้ว หาความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก

① 32 นิ้ว

② 28 นิ้ว

③ 25 นิ้ว

④ 24 นิ้ว

7. △ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วมีด้านประกอบมุมยอดยาวด้านละ 10 เซนติเมตร มีฐานยาว 16 เซนติเมตร แกนสมมาตรของรูปสามเหลี่ยมรูปนี้ยาวกี่เซนติเมตร

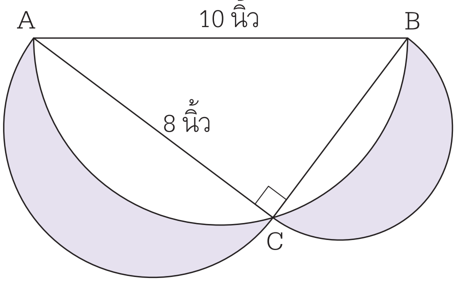
① 7 เซนติเมตร

② 6 เซนติเมตร

③ 5 เซนติเมตร

④ 4 เซนติเมตร

8. $\triangle ABC$ มี $A\hat{C}B$ เป็นมุมฉาก $\overline{AB}$ ยาว 10 นิ้ว และ $\overline{AC}$ ยาว 8 นิ้ว พื้นที่ส่วนที่ระบายสีเท่ากับกี่ตารางนิ้ว



① 24 ตารางนิ้ว

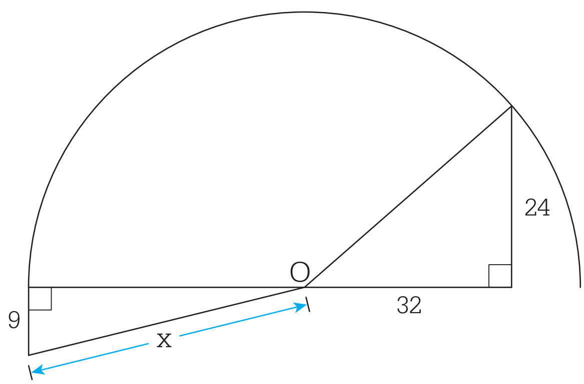
② 36 ตารางนิ้ว

③ 48 ตารางนิ้ว

④ 60 ตารางนิ้ว

ตอนที่ 2 เติมคำตอบลงในช่องว่างให้ถูกต้อง (ข้อละ 1 คะแนน)

1.

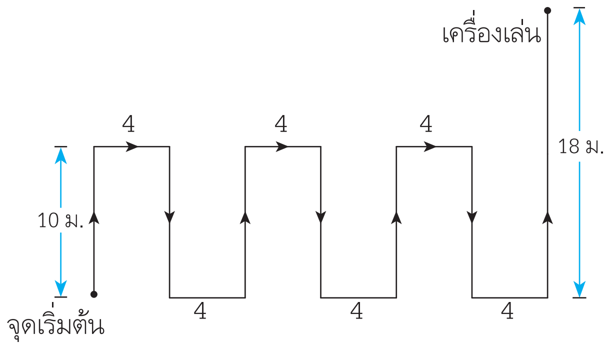


จากรูป O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม

x ยาว ____________________ หน่วย

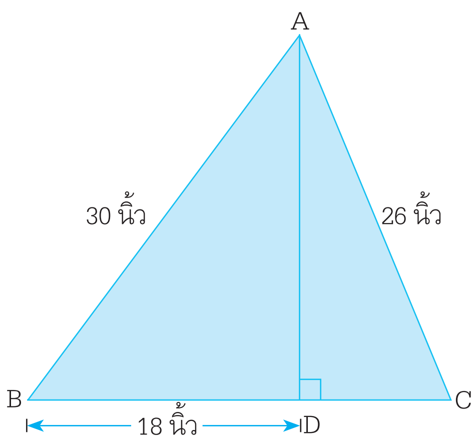
---

2. สวนสนุกแห่งหนึ่งจัดสถานที่ให้คนเข้าแถวก่อนเล่นเครื่องเล่น ดังรูป



ถ้าเดินในแนวตรงจากจุดเริ่มต้นเข้าแถวไปยังเครื่องเล่น จะใช้ระยะทางสั้นกว่าเดินไปตามแนวของแถวที่สวนสนุกกำหนดไว้ ______________ เมตร

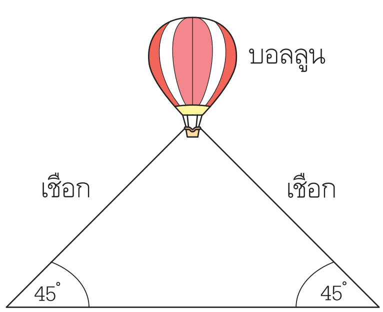
3.



จากรูป $\overline{AB}$ ยาว 30 นิ้ว, $\overline{BD}$ ยาว 18 นิ้ว และ $\overline{AC}$ ยาว 26 นิ้ว

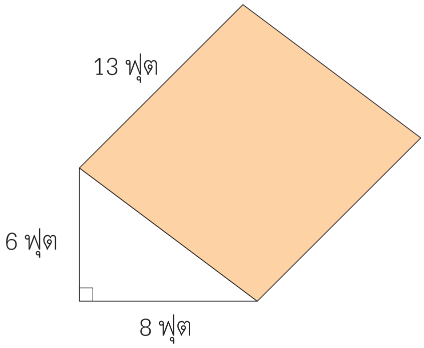
พื้นที่ของ $\triangle ABC$ เท่ากับ ______________ ตารางนิ้ว

4. นักวิทยาศาสตร์ปล่อยบอลลูนลูกหนึ่งให้ลอยขึ้นไปในแนวดิ่งด้วยอัตราเร็ว 5 เมตรต่อนาที เมื่อลอยขึ้นไปได้ 6 นาที จะควบคุมให้บอลลูนลอยอยู่กับที่โดยการขึงเชือกสองเส้นที่ทำมุม 45° กับแนวพื้นดิน ดังรูป



เชือกที่ใช้ทั้งหมดมีความยาวประมาณ ______________ เมตร (ไม่นับรวมความยาวเชือกที่ใช้ผูกปม) (ตอบเป็นจำนวนเต็ม)

5. แท่งปริซึมรูปสามเหลี่ยมมุมฉากมีด้านประกอบมุมฉากยาว 6 ฟุต และ 8 ฟุต ถ้าต้องการทาสีส่วนที่ระบายสี ดังรูป



จะต้องทาสีคิดเป็นพื้นที่ ______________ ตารางฟุต

6. ชายคนหนึ่งขับรถออกจากจุด A ไปทางทิศตะวันออกถึงอำเภอ B แล้วเดินทางต่อไปทางทิศใต้ของอำเภอ B ถึงอำเภอ C เป็นระยะทาง 12 กิโลเมตร จากอำเภอ C เดินทางต่อไปทางทิศตะวันตกถึงอำเภอ D เป็นระยะทาง 35 กิโลเมตร เมื่อวัดระยะทางตรงจากอำเภอ A ถึงอำเภอ D จะได้ระยะทาง 13 กิโลเมตร

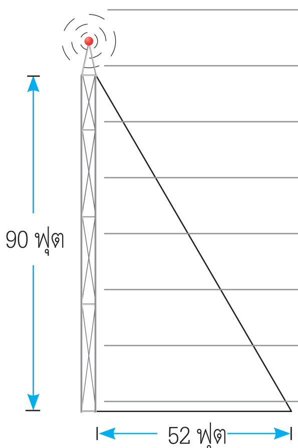
$\overline{AB}$ ยาว ______________ กิโลเมตร

7. บันไดอันหนึ่งยาว 15 ฟุต วางพาดอยู่บนยอดกำแพงพอดี ช่างทาสีคนหนึ่งเดินขึ้นไปตามบันไดเป็นระยะทาง 5 ฟุต ทำให้เขาอยู่สูงจากพื้นดิน 4 ฟุต

ฐานของกำแพงอยู่ห่างจากโคนบันได ______________ฟุต

ตอนที่ 3 แสดงวิธีทำ (5 คะแนน)

หอส่งสัญญาณคลื่นวิทยุสูง 100 ฟุต ถ้าใช้ลวดขึงตรงจุดที่ความสูงจากพื้นดิน 90 ฟุต และให้ปลายลวดอีกด้านหนึ่งอยู่ห่างจากฐานของหอส่งสัญญาณ 52 ฟุต ลวดที่ใช้จะยาวกี่ฟุต (ตอบเป็นจำนวนเต็ม)



สงวนลิขสิทธิ์ บริษัท พัฒนาคุณภาพวิชาการ (พว.) จำกัด

หน่วยการเรียนรู้ที่

2 จำนวนจริง

ตัวชี้วัดปลายทาง

ค 1.1 ม.2/2

1. จำนวนตรรกยะ

จำนวนตรรกยะ เป็นจำนวนที่สามารถเขียนแทนในรูปของทศนิยมไม่รู้จบแบบซ้ำหรือในรูปของเศษส่วนที่ทั้งตัวเศษและตัวส่วนเป็นจำนวนเต็มและตัวส่วนไม่เท่ากับศูนย์

> จำนวนตรรกยะ เป็นจำนวนที่สามารถเขียนให้อยู่ในรูป $\frac{a}{b}$
> โดยที่ a และ b เป็นจำนวนเต็ม และ $b \neq 0$

นักเรียนพิจารณาการเขียนเศษส่วนในรูปทศนิยมซ้ำต่อไปนี้

$\frac{4}{5} = 0.80...$ หรือ $0.8\dot{0}$ อ่านว่า ศูนย์จุดแปดศูนย์ศูนย์ซ้ำ

$\frac{35}{100} = 0.350...$ หรือ $0.35\dot{0}$ อ่านว่า ศูนย์จุดสามห้าศูนย์ศูนย์ซ้ำ

$\frac{1}{3} = 0.333...$ หรือ $0.\dot{3}$ อ่านว่า ศูนย์จุดสามสามซ้ำ

$\frac{42}{99} = 0.424242...$ หรือ $0.\dot{4}\dot{2}$ อ่านว่า ศูนย์จุดสี่สองสี่สองซ้ำ

สามารถเขียนทศนิยมในรูปเศษส่วนได้

เช่น $0.7 = \frac{7}{10}$

$0.27 = \frac{27}{100}$

$0.375 = \frac{375}{1,000}$

$-3.27 = -\frac{327}{100}$

$-0.025 = -\frac{25}{1,000}$

การเปลี่ยนเศษส่วนให้อยู่ในรูปทศนิยมและการเปลี่ยนทศนิยมให้อยู่ในรูปเศษส่วน นักเรียนได้เรียนรู้มาแล้ว จึงขออธิบายการเปลี่ยนทศนิยมซ้ำที่ไม่ใช่ทศนิยมซ้ำศูนย์ให้อยู่ในรูปเศษส่วน ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1 เขียน $0.\dot{7}$ ให้อยู่ในรูปเศษส่วน

วิธีทำ ให้ $N = 0.\dot{7}$

จะได้ $N = 0.777...$ ——— 1

นำ 10 คูณจำนวนทั้งสองข้างของสมการ 1

จะได้ $10N = 7.777...$ ——— 2

2 – 1; $10N - N = 7.777... - 0.777...$

$9N = 7$

$N = \frac{7}{9}$

ดังนั้น $0.\dot{7} = \frac{7}{9}$

ตัวอย่างที่ 2 เขียน $0.8\dot{3}$ ให้อยู่ในรูปเศษส่วน

วิธีทำ ให้ $N = 0.8\dot{3}$

จะได้ $N = 0.8333...$ ——— 1

นำ 10 คูณจำนวนทั้งสองข้างของสมการ 1

จะได้ $10N = 8.333...$ ——— 2

นำ 100 คูณจำนวนทั้งสองข้างของสมการ 1

จะได้ $100N = 83.333...$ ——— 3

3 – 2; $100N - 10N = 83.333... - 8.333...$

$90N = 75$

$N = \frac{75}{90}$

$N = \frac{5}{6}$

ดังนั้น $0.8\dot{3} = \frac{5}{6}$

สงวนลิขสิทธิ์ บริษัท พัฒนาคุณภาพวิชาการ (พว.) จำกัด

ตัวอย่างที่ 3 เขียน $0.64\dot{5}2\dot{1}$ ให้อยู่ในรูปเศษส่วน

วิธีทำ ให้ $N = 0.64\dot{5}2\dot{1}$

จะได้ $N = 0.64521521521...$ ——— ①

นำ 100 คูณจำนวนทั้งสองข้างของสมการ ①

จะได้ $100N = 64.521521521...$ ——— ②

นำ 100,000 คูณจำนวนทั้งสองข้างของสมการ ①

จะได้ $100{,}000N = 64{,}521.521521521...$ ——— ③

③ – ② ; $100{,}000N - 100N = 64{,}521.521521521... - 64.521521521...$

$$99{,}900N = 64{,}457$$

$$N = \frac{64{,}457}{99{,}900}$$

ดังนั้น $0.64\dot{5}2\dot{1} = \dfrac{64{,}457}{99{,}900}$

ข้อสังเกต

การเปลี่ยนทศนิยมซ้ำให้อยู่ในรูปเศษส่วน

$$0.\dot{7} = \frac{7-0}{9} = \frac{7}{9}$$

$$0.8\dot{3} = \frac{83-8}{90} = \frac{75}{90} = \frac{5}{6}$$

$$0.64\dot{5}2\dot{1} = \frac{64{,}521-64}{99{,}900} = \frac{64{,}457}{99{,}900}$$

จะพบว่า ตัวเศษ คือ จำนวนที่อยู่หลังจุดทศนิยมลบด้วยจำนวนที่ไม่ใช่ทศนิยมซ้ำ
ตัวส่วน คือ 9 (มีจำนวนเท่ากับจำนวนเลขโดดที่ซ้ำ) ตามด้วย
0 (มีจำนวนเท่ากับจำนวนเลขโดดที่ไม่ซ้ำ)

ตัวอย่าง เขียน $0.24\dot{6}8\dot{7}$ ให้อยู่ในรูปเศษส่วน

$$0.24\dot{6}8\dot{7} = \frac{24{,}687 - 24}{99{,}900}$$

$$= \frac{24{,}663}{99{,}900}$$

$$= \frac{8{,}221}{33{,}300}$$

ดังนั้น $0.24\dot{6}8\dot{7} = \frac{8{,}221}{33{,}300}$

ตัวเศษ
- จำนวนที่อยู่หลังจุดทศนิยม
- จำนวนที่ไม่ใช่ทศนิยมซ้ำ

ตัวส่วน
- 9 มีจำนวนเท่ากับจำนวนเลขโดดที่ซ้ำ (3 ตัว)
- 0 มีจำนวนเท่ากับจำนวนเลขโดดที่ไม่ซ้ำ (2 ตัว)

แบบฝึกหัดที่ 1

เขียนทศนิยมซ้ำต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปเศษส่วน

1. $0.7\dot{5}$ ______________________
2. $0.6\dot{5}$ ______________________
3. $1.\dot{0}\dot{8}$ ______________________
4. $-0.34\dot{5}$ ______________________
5. $-0.1\dot{5}$ ______________________
6. $0.9\dot{2}\dot{5}$ ______________________
7. $43.37\dot{4}$ ______________________
8. $3.\dot{2}0\dot{1}$ ______________________
9. $53.24\dot{9}3\dot{2}$ ______________________
10. $-18.8\dot{6}0\dot{4}$ ______________________

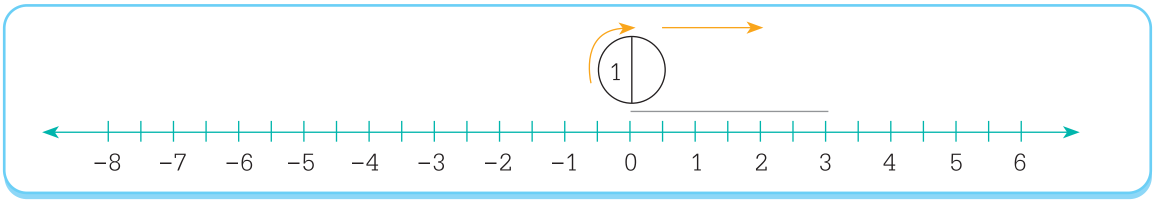
2. จำนวนอตรรกยะ

จำนวนอตรรกยะ เป็นจำนวนที่ไม่สามารถเขียนแทนด้วยทศนิยมซ้ำหรือไม่สามารถเขียนให้อยู่ในรูป $\frac{a}{b}$ โดยที่ a และ b เป็นจำนวนเต็ม และ $b \neq 0$

จำนวนที่ไม่ใช่จำนวนตรรกยะ เรียกว่า **จำนวนอตรรกยะ** เช่น π มีค่าประมาณ $\frac{22}{7}$ หรือประมาณ 3.1415926...

$$\pi = \frac{\text{ความยาวของเส้นรอบรูปวงกลม}}{\text{ความยาวของเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม}}$$

นักเรียนไม่อาจแทนค่า π ด้วยทศนิยมซ้ำหรือเศษส่วนได้ แต่สามารถหาจุดหรือค่าของ π บนเส้นจำนวนได้ ถ้ากำหนดวงกลมที่มีเส้นผ่านศูนย์กลางยาว 1 หน่วย นักเรียนวัดความยาวของเส้นรอบรูปวงกลมนี้บนเส้นจำนวนได้ โดยกลิ้งวงกลมบนเส้นจำนวน ดังรูป



ความยาวของเส้นรอบรูปวงกลมที่มีเส้นผ่านศูนย์กลางยาว 1 หน่วย บนเส้นจำนวนนี้เป็นค่า π ที่มีค่าประมาณ $\frac{22}{7}$ หรือประมาณ 3.142

แบบฝึกหัดที่ 2

พิจารณาว่าจำนวนที่กำหนดให้ต่อไปนี้เป็นจำนวนตรรกยะหรือจำนวนอตรรกยะ พร้อมให้เหตุผล

1. 4 เป็นจำนวน ____________ เพราะ ____________________________
2. −5 เป็นจำนวน ____________ เพราะ ____________________________
3. $0.02\dot{8}$ เป็นจำนวน ____________ เพราะ ____________________________
4. $-\frac{8}{2}$ เป็นจำนวน ____________ เพราะ ____________________________
5. -9^2 เป็นจำนวน ____________ เพราะ ____________________________

3. รากที่สอง

ให้ a แทนจำนวนจริงบวกใด ๆ หรือศูนย์
รากที่สองของ a คือ จำนวนจริงที่ยกกำลังสองแล้วได้ a

นักเรียนพิจารณาตัวอย่างต่อไปนี้

1. $1^2 = 1$ และ $(-1)^2 = 1$
โดย 1 เป็นรากที่สองที่เป็นบวกของ 1
และ -1 เป็นรากที่สองที่เป็นลบของ 1
รากที่สองของ 1 คือ 1 และ -1

2. $5^2 = 25$ และ $(-5)^2 = 25$
โดย 5 เป็นรากที่สองที่เป็นบวกของ 25
และ -5 เป็นรากที่สองที่เป็นลบของ 25
รากที่สองของ 25 คือ 5 และ -5

3. $\left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$ และ $\left(-\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$
โดย $\frac{1}{3}$ เป็นรากที่สองที่เป็นบวกของ $\frac{1}{9}$
และ $-\frac{1}{3}$ เป็นรากที่สองที่เป็นลบของ $\frac{1}{9}$
รากที่สองของ $\frac{1}{9}$ คือ $\frac{1}{3}$ และ $-\frac{1}{3}$

4. $(0.2)^2 = 0.04$ และ $(-0.2)^2 = 0.04$
โดย 0.2 เป็นรากที่สองที่เป็นบวกของ 0.04
และ -0.2 เป็นรากที่สองที่เป็นลบของ 0.04
รากที่สองของ 0.04 คือ 0.2 และ -0.2

ถ้า a เป็นจำนวนจริงบวก รากที่สองของ a มีสองราก คือ
รากที่สองที่เป็นจำนวนบวกของ a ซึ่งแทนด้วยสัญลักษณ์ $\sqrt{a}$
รากที่สองที่เป็นจำนวนลบของ a ซึ่งแทนด้วยสัญลักษณ์ $-\sqrt{a}$

จากบทนิยาม จะได้ $(\sqrt{a})^2 = a$ และ $(-\sqrt{a})^2 = a$

จากบทนิยาม สามารถเขียนแทนรากที่สองของ 49 ด้วย $\sqrt{49}$ และ $-\sqrt{49}$

จะได้ $\sqrt{49} = \sqrt{7 \times 7} = \sqrt{7} \times \sqrt{7} = (\sqrt{7})^2 = 7$

$-\sqrt{49} = -\sqrt{7 \times 7} = -(\sqrt{7} \times \sqrt{7}) = -(\sqrt{7})^2 = -7$

ตัวอย่างที่ 1 หารากที่สองของ 1) 400 2) 0.0169 3) $\frac{9}{16}$

วิธีทำ 1) $400 = 20 \times 20$

รากที่สองของ 400 คือ

$$\sqrt{400} = \sqrt{20 \times 20} = \sqrt{20} \times \sqrt{20} = (\sqrt{20})^2 = 20$$

และ

$$-\sqrt{400} = -\sqrt{20 \times 20} = -(\sqrt{20} \times \sqrt{20}) = -(\sqrt{20})^2 = -20$$

ดังนั้น รากที่สองของ 400 คือ 20 และ −20

2) $0.0169 = 0.13 \times 0.13$

รากที่สองของ 0.0169 คือ

$$\sqrt{0.0169} = \sqrt{0.13 \times 0.13} = \sqrt{0.13} \times \sqrt{0.13} = (\sqrt{0.13})^2 = 0.13$$

และ

$$-\sqrt{0.0169} = -\sqrt{0.13 \times 0.13} = -(\sqrt{0.13} \times \sqrt{0.13}) = -(\sqrt{0.13})^2 = -0.13$$

ดังนั้น รากที่สองของ 0.0169 คือ 0.13 และ −0.13

3) $\frac{9}{16} = \frac{3 \times 3}{4 \times 4}$

รากที่สองของ $\frac{9}{16}$ คือ

$$\sqrt{\frac{9}{16}} = \sqrt{\frac{3 \times 3}{4 \times 4}} = \sqrt{\frac{3}{4}} \times \sqrt{\frac{3}{4}} = \left(\sqrt{\frac{3}{4}}\right)^2 = \frac{3}{4}$$

และ

$$-\sqrt{\frac{9}{16}} = -\left(\sqrt{\frac{3 \times 3}{4 \times 4}}\right) = -\left(\sqrt{\frac{3}{4}} \times \sqrt{\frac{3}{4}}\right) = -\left(\sqrt{\frac{3}{4}}\right)^2 = -\frac{3}{4}$$

ดังนั้น รากที่สองของ $\frac{9}{16}$ คือ $\frac{3}{4}$ และ $-\frac{3}{4}$

การแยกตัวประกอบของจำนวนใด เป็นการเขียนจำนวนนั้นในรูปการคูณของจำนวนเฉพาะ เช่น $36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$ สามารถนำความรู้เรื่องการแยกตัวประกอบมาใช้หารากที่สองของจำนวนได้ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 2 หารากที่สองของ 900

วิธีทำ

$900 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5$

$= 2 \times 3 \times 5 \times 2 \times 3 \times 5$

$= 30 \times 30$

2	900
2	450
3	225
3	75
5	25
	5

รากที่สองของ 900 คือ

$\sqrt{900} = \sqrt{30 \times 30}$

$= \sqrt{30} \times \sqrt{30}$

$= (\sqrt{30})^2$

$= 30$

และ $-\sqrt{900} = -\sqrt{30 \times 30}$

$= -(\sqrt{30} \times \sqrt{30})$

$= -(\sqrt{30})^2$

$= -30$

ดังนั้น รากที่สองของ 900 คือ 30 และ -30

จำนวนบางจำนวนไม่สามารถหาจำนวนตรรกยะที่ยกกำลังสองแล้วได้เท่ากับจำนวนที่นำมาหารากที่สอง ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 3 หารากที่สองของ 1) 17 2) 0.5 3) $\frac{3}{4}$

วิธีทำ

1) เนื่องจาก ไม่มีจำนวนเต็มหรือจำนวนตรรกยะใดที่ยกกำลังสองแล้วได้เท่ากับ 17
ดังนั้น รากที่สองของ 17 คือ $\sqrt{17}$ และ $-\sqrt{17}$

2) เนื่องจาก ไม่มีทศนิยมซ้ำใดที่ยกกำลังสองแล้วได้เท่ากับ 0.5
ดังนั้น รากที่สองของ 0.5 คือ $\sqrt{0.5}$ และ $-\sqrt{0.5}$

3) เนื่องจาก ไม่มีเศษส่วนหรือจำนวนตรรกยะใดที่ยกกำลังสองแล้วได้เท่ากับ $\frac{3}{4}$
ดังนั้น รากที่สองของ $\frac{3}{4}$ คือ $\sqrt{\frac{3}{4}}$ และ $-\sqrt{\frac{3}{4}}$

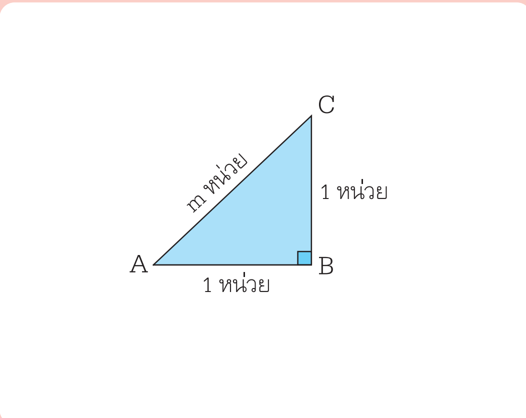
ข้อสังเกต

รากที่สองของจำนวนเฉพาะ จะเป็นจำนวนอตรรกยะ

เช่น $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{7}$, $\sqrt{11}$, $\sqrt{13}$, $\sqrt{17}$, $\sqrt{19}$, $\sqrt{23}$, $\sqrt{29}$

สงวนลิขสิทธิ์ บริษัท พัฒนาคุณภาพวิชาการ (พว.) จำกัด

พิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้านสามด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC โดยที่มีด้านประกอบมุมฉาก คือ $\overline{AB}$ และ $\overline{BC}$ ยาวด้านละ 1 หน่วย และด้านตรงข้ามมุมฉาก คือ $\overline{AC}$ ยาว m หน่วย



จากทฤษฎีบทของพีทาโกรัส จะได้

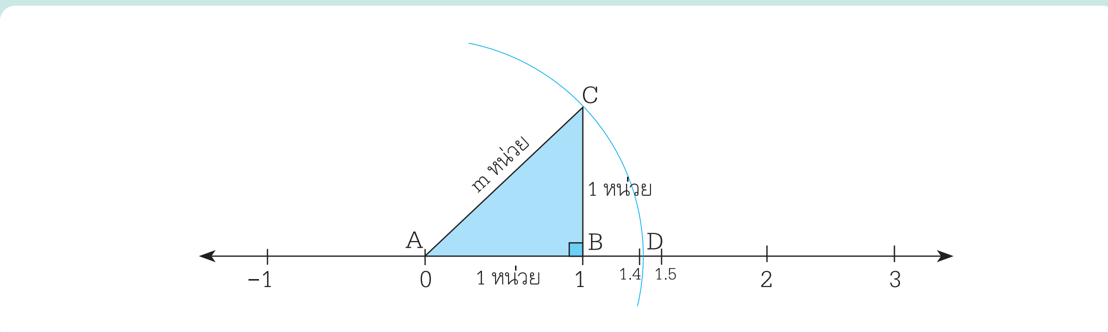
$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$m^2 = 1^2 + 1^2$$

$$m \times m = 2 \quad \text{ตารางหน่วย}$$

พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้าน AC เท่ากับ $m \times m$ ซึ่งเท่ากับ 2 ตารางหน่วย

นักเรียนสามารถหาความยาวของ $\overline{AC}$ ได้โดยการวัดความยาวบนเส้นจำนวนได้ ดังรูป

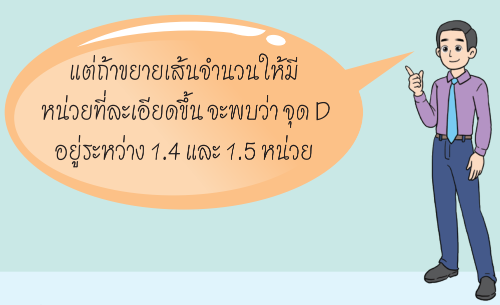


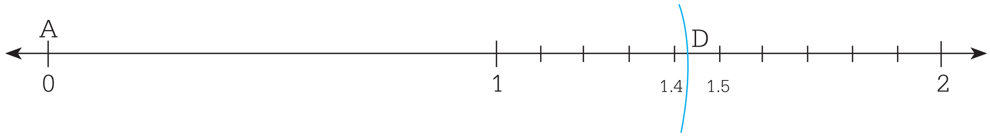
จากรูป ให้ $\triangle ABC$ บนเส้นจำนวน มี $\overline{AB}$ ยาว 1 หน่วย ใช้ A เป็นจุดศูนย์กลางกางวงเวียนรัศมี $\overline{AC}$ ยาว m หน่วย เขียนส่วนโค้งตัดเส้นจำนวนที่จุด D

จะได้ $\quad AD = AC$

ดังนั้น $\quad AD = m$ หน่วย

เมื่อวัดความยาวของ $\overline{AD}$ จะพบว่า มีค่าประมาณ 1.41 หน่วย

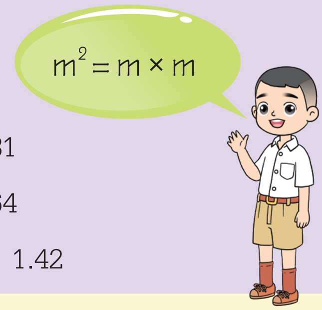




m แทนความยาวของ $\overline{AD}$ โดยที่ $m^2 = 2$

พิจารณาค่า m ที่เป็นไปได้

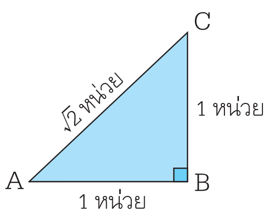
ถ้า	$m = 1.41$	จะได้	$m^2 = 1.9881$
ถ้า	$m = 1.42$	จะได้	$m^2 = 2.0164$
แต่	$m^2 = 2$	ดังนั้น	$1.41 < m < 1.42$



ถ้าสมมุติค่า m ที่อยู่ระหว่าง 1.41 และ 1.42 ไปเรื่อย ๆ เพื่อให้ได้ $m^2 = 2$ โดยใช้เครื่องคำนวณหรือวิธีใด ๆ ก็ตาม จะพบว่า ค่า m ตัวต่อไปเป็นทศนิยมในตำแหน่งที่ 3 และสามารถหาในลักษณะเดียวกันนี้ต่อไปได้ จะได้ทศนิยมค่าของ m ไม่สิ้นสุด ดังนี้

1.414213562373095048801688724209...

ทศนิยมข้างต้นนี้ไม่สามารถเขียนแทนได้ด้วยเศษส่วน จึงไม่สามารถหาจำนวนที่แทนค่า m ได้ด้วยเศษส่วนใด ๆ จึงจำเป็นต้องสร้างจำนวนชนิดใหม่ขึ้นมาเพื่อใช้แทน m โดยใช้สัญลักษณ์ $\sqrt{}$



$m^2 = 2$

$m = \pm\sqrt{2}$

แต่ m เป็นความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากต้องเป็นจำนวนบวกเสมอ

ดังนั้น $m = \sqrt{2}$ หน่วย

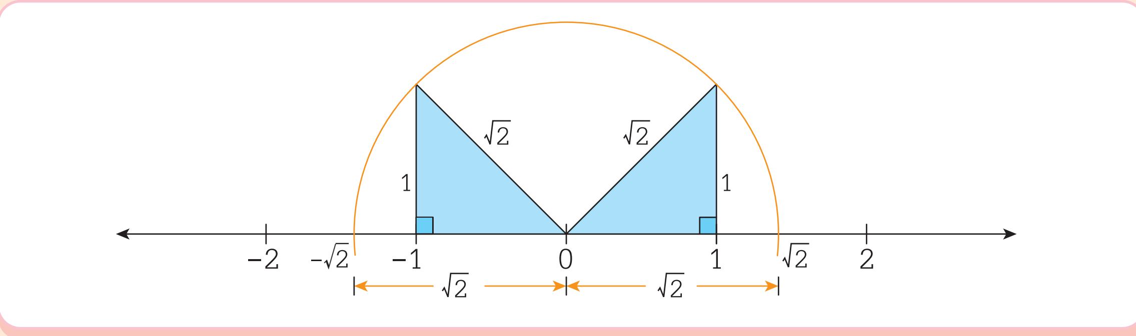
$\sqrt{2}$ อ่านว่า รากที่สองที่เป็นบวกของ 2 ใช้แทนจำนวนบวกที่ยกกำลังสองแล้วได้ 2

เขียนแทนด้วย $(\sqrt{2})^2 = 2$

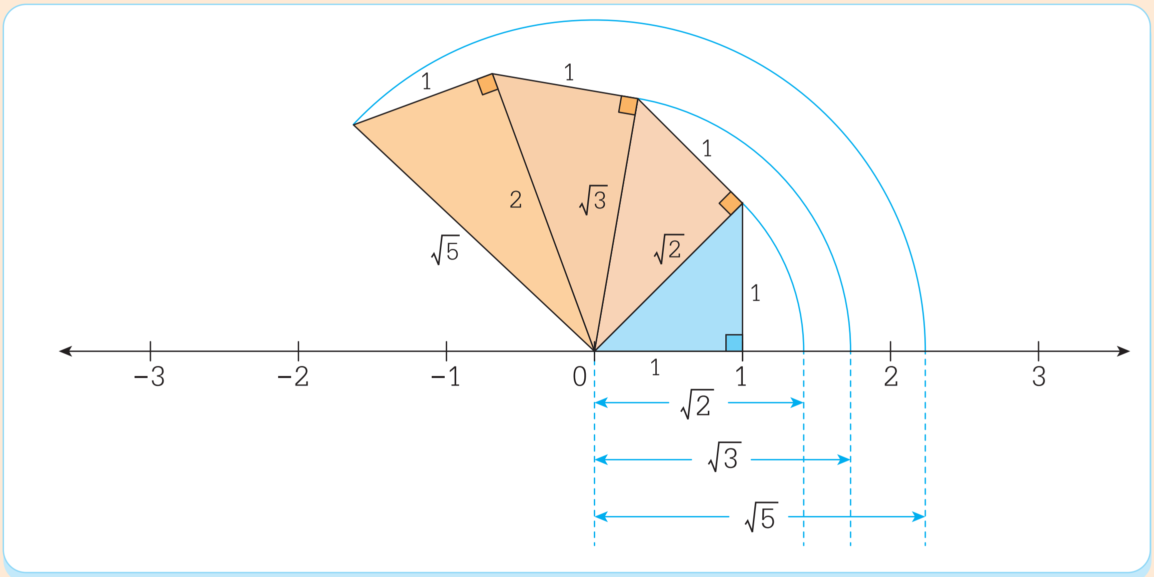
$-\sqrt{2}$ อ่านว่า รากที่สองที่เป็นลบของ 2 ใช้แทนจำนวนลบที่ยกกำลังสองแล้วได้ 2

เขียนแทนด้วย $(-\sqrt{2})^2 = 2$

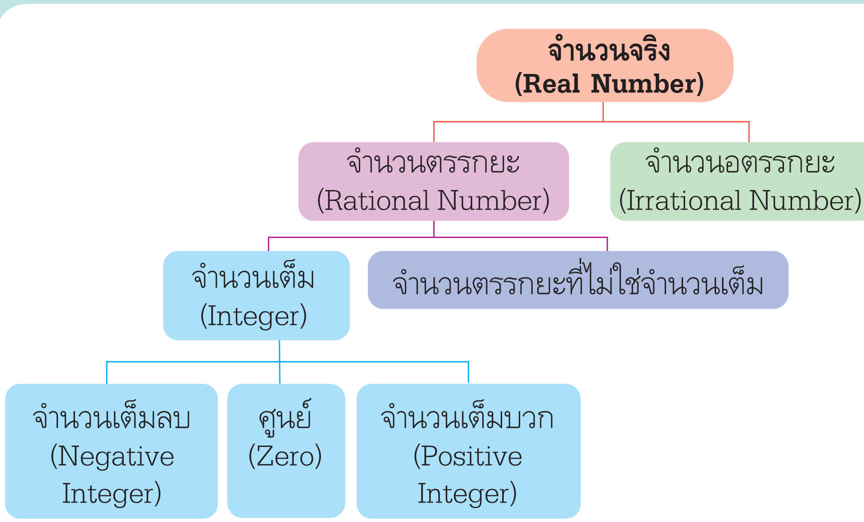
$-\sqrt{2}$ สามารถหาความยาวบนเส้นจำนวนได้เช่นเดียวกับ $\sqrt{2}$



สามารถหาความยาวของ $\sqrt{3}$ และ $\sqrt{5}$ บนเส้นจำนวนได้เช่นเดียวกับ $\sqrt{2}$ ดังรูป



จำนวนตรรกยะและจำนวนอตรรกยะรวมเรียกว่า **จำนวนจริง**
เขียนแผนผังแสดงจำนวนจริงได้ ดังนี้



สื่อ QR CODE
จำนวนจริง

ในการหารากที่สองของจำนวนจริงที่ไม่สามารถหาจำนวนตรรกยะที่ยกกำลังสองแล้วได้เท่ากับจำนวนที่นำมาหารากที่สองนั้น สามารถหาค่ารากที่สองโดยการประมาณ การเปิดตาราง หรือการใช้เครื่องคำนวณ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 4 หารากที่สองที่เป็นจำนวนบวกของ 17 โดยการประมาณ (ตอบเป็นทศนิยมสองตำแหน่ง)

วิธีทำ รากที่สองที่เป็นบวกของ 17 คือ $\sqrt{17}$

จะได้ $(\sqrt{17})^2 = 17$

เนื่องจาก $4^2 = 16$ และ $5^2 = 25$

ดังนั้น $4 < \sqrt{17} < 5$

ประมาณ $\sqrt{17}$ เป็นทศนิยมหนึ่งตำแหน่ง

จะได้ $(4.1)^2 = 16.81$

$(4.2)^2 = 17.64$

$(4.3)^2 = 18.49$

ดังนั้น $4.1 < \sqrt{17} < 4.2$

ประมาณ $\sqrt{17}$ เป็นทศนิยมสองตำแหน่ง

ซึ่งอยู่ระหว่าง 4.1 กับ 4.2

จะได้ $(4.11)^2 = 16.8921$

$(4.12)^2 = 16.9744$

$(4.13)^2 = 17.0569$

ดังนั้น $\sqrt{17}$ อยู่ระหว่าง 4.12 กับ 4.13

พิจารณา $17 - 16.9744 = 0.0256$

$17.0569 - 17 = 0.0569$

$0.0256 < 0.0569$

แสดงว่า $\sqrt{17}$ อยู่ใกล้ 4.12 มากกว่า 4.13

ดังนั้น $\sqrt{17} \approx 4.12$

จากตัวอย่างที่ 4 จะเห็นว่า การหารากที่สองโดยการประมาณต้องทำหลายขั้นตอน ใช้เวลามาก ซึ่งมีวิธีการหารากที่สองที่สะดวกและรวดเร็วกว่าการประมาณ คือ การเปิดตาราง และการใช้เครื่องคำนวณ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

การหารากที่สองจากตารางรากที่สอง

นักคณิตศาสตร์ได้สร้างตารางสำเร็จรูปแสดงรากที่สองที่เป็นบวกของจำนวนเต็มบวกเพื่อความสะดวกและรวดเร็วในการนำไปใช้หารากที่สองของจำนวนเต็มบวกตั้งแต่ 1 ถึง 100 ในรูปของ n สำหรับหาค่าโดยประมาณของ $\sqrt{n}$ และ n^2 ตามตารางที่กำหนดไว้ในภาคผนวกท้ายเล่ม

เมื่อค่าของ $\sqrt{n}$ ไม่เป็นจำนวนเต็ม ค่าที่แสดง $\sqrt{n}$ จะเป็นค่าประมาณของจำนวนตรรกยะ

ตัวอย่างที่ 1 หารากที่สองของ 1) 196 2) 361 3) 13

วิธีทำ 1) จากตาราง $n^2 = 196$ จะมีค่า $n = 14$

ดังนั้น รากที่สองของ 196 คือ 14 และ −14

2) จากตาราง $n^2 = 361$ จะมีค่า $n = 19$

ดังนั้น รากที่สองของ 361 คือ 19 และ −19

3) จากตาราง $n = 13$ จะมีค่า $\sqrt{n} = 3.606$

ดังนั้น รากที่สองของ 13 คือ 3.606 และ −3.606

ตัวอย่างที่ 2 หาค่าประมาณของ $\sqrt{29,160}$

วิธีทำ

$$\begin{aligned}
29,160 &= 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 \\
&= 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 2 \times 5 \\
&= 54 \times 54 \times 10 \\
\sqrt{29,160} &= \sqrt{54 \times 54 \times 10} \\
&= \sqrt{54} \times \sqrt{54} \times \sqrt{10} \\
&= (\sqrt{54})^2 \times \sqrt{10} \\
&= 54\sqrt{10} \\
&\approx 54 \times 3.162 \qquad (\sqrt{10} \approx 3.162) \\
&\approx 170.748
\end{aligned}$$

ดังนั้น $\sqrt{29,160} \approx 170.748$

การหารากที่สองโดยใช้เครื่องคำนวณ

การหารากที่สองโดยใช้เครื่องคำนวณเป็นวิธีการหารากที่สองที่สามารถใช้ได้กับทุกจำนวนจริงบวกและสามารถหาเป็นทศนิยมได้หลายตำแหน่ง และสะดวกกว่าการหารากที่สองโดยการประมาณและการเปิดตาราง

การหารากที่สองโดยใช้เครื่องคำนวณเป็นวิธีที่สะดวกและรวดเร็ว แต่ทั้งนี้เครื่องคำนวณมีหลากหลายชนิด แต่ละชนิดอาจมีวิธีใช้แตกต่างกัน ผู้ใช้เองจึงต้องศึกษาคู่มือการใช้งานของเครื่องคำนวณเครื่องนั้น ๆ ก่อนนำไปใช้คำนวณ

แบบฝึกหัดที่ 3

1. เติมคำตอบให้ถูกต้อง

ตัวอย่าง รากที่สองของ 9 คือ $\sqrt{9}$ และ $-\sqrt{9}$

$\sqrt{9} = 3$ และ $-\sqrt{9} = -3$

1) รากที่สองของ 81 คือ $\sqrt{81}$ และ $-\sqrt{81}$

$\sqrt{81}$ = ____________ และ $-\sqrt{81}$ = ____________

2) รากที่สองของ 64 คือ ____________

3) รากที่สองของ 144 คือ ____________

4) รากที่สองของ 169 คือ ____________

5) รากที่สองของ 900 คือ ____________

6) รากที่สองของ 1,600 คือ ____________

7) รากที่สองของ 2,500 คือ ____________

8) รากที่สองของ 3,481 คือ ____________

2. เติมคำตอบให้ถูกต้อง

1) $\sqrt{121}$ = ____________
2) $\sqrt{196}$ = ____________
3) $-\sqrt{225}$ = ____________
4) $-\sqrt{256}$ = ____________
5) $-\sqrt{289}$ = ____________
6) $-\sqrt{361}$ = ____________
7) $\sqrt{729}$ = ____________
8) $\sqrt{900}$ = ____________
9) $\sqrt{2,601}$ = ____________
10) $\sqrt{16,900}$ = ____________

3. หารากที่สองที่เป็นบวกของจำนวนต่อไปนี้

1) 15 ______	2) 18 ______	3) 26 ______	4) 121 ______
5) 169 ______	6) 625 ______	7) 961 ______	8) 1,000 ______

4. หารากที่สองที่เป็นลบของจำนวนต่อไปนี้

1) 36 ______	2) 40 ______	3) 81 ______	4) 45 ______
5) 98 ______	6) 196 ______	7) 324 ______	8) 3,364 ______

5. หารากที่สองของจำนวนต่อไปนี้โดยการแยกตัวประกอบ

1) 324 ______

2) 576 ______

3) 8,836

4) 40,401

5) 65,025

6. หาค่าของจำนวนต่อไปนี้ โดยเปิดตารางในภาคผนวกท้ายเล่ม

1) $\sqrt{17}$ ____________________

2) $\sqrt{44}$ ____________________

3) $\sqrt{80}$ ____________________

4) $\sqrt{92}$ ____________________

5) $\sqrt{441}$ ____________________

6) $\sqrt{2,209}$ ____________________

7) $\sqrt{6,889}$ ____________________

7. หาค่าประมาณของจำนวนต่อไปนี้

1) $\sqrt{720}$ ____________________

2) $\sqrt{3,132}$ ____________________

สงวนลิขสิทธิ์ บริษัท พัฒนาคุณภาพวิชาการ (พว.) จำกัด

4. รากที่สาม

ให้ a แทนจำนวนจริงใด ๆ
รากที่สามของ a คือ จำนวนที่ยกกำลังสามแล้วได้ a
รากที่สามของ a เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $\sqrt[3]{a}$

จากบทนิยามจะได้ $(\sqrt[3]{a})^3 = a$
รากที่สามของ 8 เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $\sqrt[3]{8}$
รากที่สามของ -8 เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $\sqrt[3]{-8}$

ตัวอย่างที่ 1 หารากที่สามของ 1) 216 2) -0.008 3) $\frac{1}{64}$

วิธีทำ

1) เนื่องจาก $6^3 = 216$ ดังนั้น รากที่สามของ 216 คือ 6

2) เนื่องจาก $(-0.2)^3 = -0.008$ ดังนั้น รากที่สามของ -0.008 คือ -0.2

3) เนื่องจาก $\left(\frac{1}{4}\right)^3 = \frac{1}{64}$ ดังนั้น รากที่สามของ $\frac{1}{64}$ คือ $\frac{1}{4}$

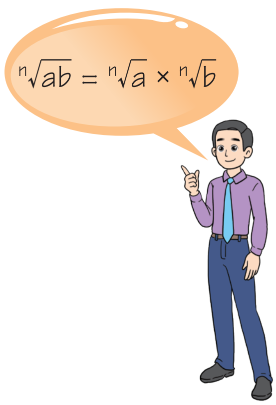
ตัวอย่างที่ 2 หาค่าของ 1) $\sqrt[3]{-125}$ 2) $\sqrt[3]{\frac{8}{27}}$

วิธีทำ

1) เนื่องจาก

$$\begin{aligned}\sqrt[3]{-125} &= \sqrt[3]{(-5)\times(-5)\times(-5)}\\ &= \sqrt[3]{-5}\times\sqrt[3]{-5}\times\sqrt[3]{-5}\\ &= (\sqrt[3]{-5})^3\\ &= -5\end{aligned}$$

ดังนั้น $\sqrt[3]{-125} = -5$



2) เนื่องจาก

$$\begin{aligned}\sqrt[3]{\frac{8}{27}} &= \sqrt[3]{\frac{2\times 2\times 2}{3\times 3\times 3}}\\ &= \sqrt[3]{\frac{2}{3}}\times\sqrt[3]{\frac{2}{3}}\times\sqrt[3]{\frac{2}{3}}\\ &= \left(\sqrt[3]{\frac{2}{3}}\right)^3\\ &= \frac{2}{3}\end{aligned}$$

ดังนั้น $\sqrt[3]{\frac{8}{27}} = \frac{2}{3}$

ข้อสังเกต

จากตัวอย่างที่ 1-2 จะพบว่า รากที่สามของจำนวนจริงใด ๆ มีเพียงรากเดียว

การหารากที่สามของจำนวนจริงใด ๆ อาจทำได้โดยการแยกตัวประกอบ แล้วเขียนให้อยู่ในรูปยกกำลังสาม แล้วหารากที่สาม ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 3 หารากที่สามของ $-9,261$

วิธีทำ เนื่องจาก

$$\begin{aligned}\sqrt[3]{-9,261} &= \sqrt[3]{(-3)\times(-3)\times(-3)\times 7\times 7\times 7}\\ &= \sqrt[3]{(-3)\times 7\times(-3)\times 7\times(-3)\times 7}\\ &= \sqrt[3]{(-3)\times 7}\times\sqrt[3]{(-3)\times 7}\times\sqrt[3]{(-3)\times 7}\\ &= \sqrt[3]{-21}\times\sqrt[3]{-21}\times\sqrt[3]{-21}\\ &= (\sqrt[3]{-21})^3\\ &= -21\end{aligned}$$

ดังนั้น $\sqrt[3]{-9,261} = -21$

ตัวอย่างที่ 4 หารากที่สามของ $\frac{1,000}{9,261}$

วิธีทำ เนื่องจาก

$$\begin{aligned}\sqrt[3]{\frac{1,000}{9,261}} &= \sqrt[3]{\frac{2\times 2\times 2\times 5\times 5\times 5}{3\times 3\times 3\times 7\times 7\times 7}}\\ &= \sqrt[3]{\frac{2\times 5\times 2\times 5\times 2\times 5}{3\times 7\times 3\times 7\times 3\times 7}}\\ &= \sqrt[3]{\frac{2\times 5}{3\times 7}}\times\sqrt[3]{\frac{2\times 5}{3\times 7}}\times\sqrt[3]{\frac{2\times 5}{3\times 7}}\\ &= \sqrt[3]{\frac{10}{21}}\times\sqrt[3]{\frac{10}{21}}\times\sqrt[3]{\frac{10}{21}}\\ &= \left(\sqrt[3]{\frac{10}{21}}\right)^3\\ &= \frac{10}{21}\end{aligned}$$

ดังนั้น $\sqrt[3]{\frac{1,000}{9,261}} = \frac{10}{21}$

การหารากที่สามจากตารางรากที่สาม

นักเรียนสามารถประมาณการหารากที่สามของจำนวนเต็มบวกตั้งแต่ 1 ถึง 100 โดยวิธีเปิดตารางได้เช่นเดียวกับการหารากที่สอง สำหรับหาค่าโดยประมาณของ $\sqrt[3]{n}$ และ n^3 ซึ่งมีตารางสำเร็จรูปที่กำหนดไว้ในภาคผนวกท้ายเล่ม เมื่อค่าของ $\sqrt[3]{n}$ ไม่เป็นจำนวนเต็ม ค่าที่แสดง $\sqrt[3]{n}$ จะเป็นค่าประมาณของจำนวนตรรกยะ

ตัวอย่างที่ 1 หารากที่สามของ 1) 3,375 2) 13 3) 20

วิธีทำ 1) จากตาราง $n^3 = 3,375$ จะมีค่า $n = 15$

ดังนั้น $\sqrt[3]{3,375} = 15$

2) จากตาราง $n = 13$ จะมีค่า $\sqrt[3]{n} = 2.351$

ดังนั้น $\sqrt[3]{13} \approx 2.351$

3) จากตาราง $n = 20$ จะมีค่า $\sqrt[3]{n} = 2.714$

ดังนั้น $\sqrt[3]{20} \approx 2.714$

ตัวอย่างที่ 2 หาค่าประมาณของ $\sqrt[3]{375}$

วิธีทำ

$$\begin{aligned}
375 &= 5 \times 5 \times 5 \times 3 \\
\sqrt[3]{375} &= \sqrt[3]{5 \times 5 \times 5 \times 3} \\
&= \sqrt[3]{5} \times \sqrt[3]{5} \times \sqrt[3]{5} \times \sqrt[3]{3} \\
&= (\sqrt[3]{5})^3 \times \sqrt[3]{3} \\
&\approx 5 \times 1.442 \qquad (\sqrt[3]{3} \approx 1.442) \\
&\approx 7.21
\end{aligned}$$

ดังนั้น $\sqrt[3]{375} \approx 7.21$

ตัวอย่างที่ 3 หาค่าประมาณของ $\sqrt[3]{14,580}$

วิธีทำ

$$\begin{aligned}
14,580 &= 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 2 \times 2 \times 5 \\
&= 9 \times 9 \times 9 \times 20 \\
\sqrt[3]{14,580} &= \sqrt[3]{9 \times 9 \times 9 \times 20} \\
&= \sqrt[3]{9} \times \sqrt[3]{9} \times \sqrt[3]{9} \times \sqrt[3]{20} \\
&= (\sqrt[3]{9})^3 \times \sqrt[3]{20} \\
&\approx 9 \times 2.714 \qquad (\sqrt[3]{20} \approx 2.714) \\
&\approx 24.426
\end{aligned}$$

ดังนั้น $\sqrt[3]{14,580} \approx 24.426$

การหารากที่สามโดยใช้เครื่องคำนวณ

การหารากที่สามโดยใช้เครื่องคำนวณเป็นวิธีการหารากที่สามที่สามารถใช้ได้กับทุกจำนวนจริง และสามารถหาเป็นทศนิยมได้หลายตำแหน่ง และสะดวกกว่าการหารากที่สามโดยการเปิดตาราง

การหารากที่สามโดยใช้เครื่องคำนวณเป็นวิธีที่สะดวกและรวดเร็ว แต่ทั้งนี้เครื่องคำนวณมีหลากหลายชนิด แต่ละชนิดอาจมีวิธีใช้แตกต่างกัน ผู้ใช้เองจึงต้องศึกษาคู่มือการใช้งานของเครื่องคำนวณเครื่องนั้น ๆ ก่อนนำไปใช้คำนวณ

แบบฝึกหัดที่ 4

1. หาค่าของจำนวนต่อไปนี้

 1) $\sqrt[3]{-343}$ = ______

 2) $\sqrt[3]{1,728}$ = ______

 3) $\sqrt[3]{27,000}$ = ______

 4) $\sqrt[3]{-4,913}$ = ______

 5) $\sqrt[3]{13,824}$ = ______

 6) $\sqrt[3]{12,167}$ = ______

2. หาค่าของจำนวนต่อไปนี้

 1) $\dfrac{\sqrt[3]{-216}}{\sqrt[3]{729}}$ = ______

 = ______

 = ______

 = ______

 = ______

 = ______

2) $\dfrac{\sqrt[3]{1,000}}{\sqrt[3]{2,744}}$ = ______

= ______

= ______

= ______

= ______

3) $\dfrac{\sqrt[3]{-1,728}}{\sqrt[3]{3,375}}$ = ______

= ______

= ______

= ______

= ______

3. หาค่าของจำนวนต่อไปนี้ โดยเปิดตารางในภาคผนวกท้ายเล่ม

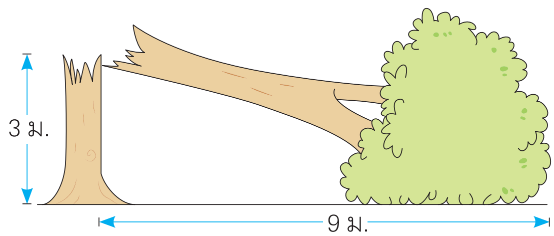
1) ถ้า $n^3 = 493,039$ แล้วค่าของ n เท่ากับเท่าใด

2) ถ้า $n = 18$ แล้ว $\sqrt[3]{n} + \sqrt[3]{144}$ เท่ากับเท่าใด

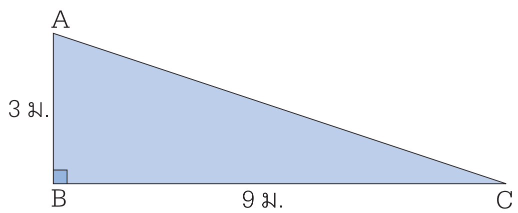
5. การนำความรู้เกี่ยวกับจำนวนจริงไปใช้ในการแก้ปัญหา

นักเรียนสามารถนำความรู้เกี่ยวกับรากที่สองและรากที่สามไปประยุกต์ในการแก้ปัญหาต่าง ๆ เช่น การหาระยะทาง การหาพื้นที่ โดยประยุกต์ใช้ร่วมกับความรู้เรื่องอื่น ๆ เช่น ทฤษฎีบทพีทาโกรัส พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก พื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม ปริมาตรของลูกบาศก์ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่าง ต้นไม้ต้นหนึ่งถูกฟ้าผ่าขณะที่ฝนตกหักออกเป็นสองท่อน โดยท่อนแรกยาว 3 เมตร และอีกท่อนหนึ่งแตะพื้นดินโดยอยู่ห่างจากโคนต้น 9 เมตร ดังรูป อยากทราบว่าก่อนถูกฟ้าผ่าต้นไม้ต้นนี้สูงกี่เมตร



วิธีทำ



ให้ AB แทนความยาวของไม้ท่อนแรก
AC แทนความยาวของไม้อีกท่อนหนึ่ง
BC แทนระยะห่างระหว่างโคนต้นไม้กับปลายต้นไม้ที่ล้ม

เนื่องจาก $\triangle ABC$ มี $A\hat{B}C$ เป็นมุมฉาก
จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส
จะได้

$$
\begin{aligned}
AC^2 &= AB^2 + BC^2 \\
AC^2 &= 3^2 + 9^2 \\
&= 9 + 81 \\
&= 90 \\
AC &= \sqrt{90} \\
&= 3\sqrt{10} \\
&\approx 3 \times 3.162 \qquad (\sqrt{10} \approx 3.162) \\
&\approx 9.486
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\text{ความสูงของต้นไม้} &= AB + AC \\
&\approx 3 + 9.486 \\
&\approx 12.486
\end{aligned}
$$

ดังนั้น ก่อนถูกฟ้าผ่าต้นไม้ต้นนี้สูงประมาณ 12.486 เมตร

แบบฝึกหัดที่ 5

นักเรียนใช้ความรู้เกี่ยวกับจำนวนจริงในการแก้ปัญหาต่อไปนี้

1. เส้นทแยงมุมของที่ดินแปลงหนึ่งเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสยาว 80 วา ถ้าวายุต้องการสร้างรั้วรอบที่ดินแปลงนี้ วายุจะต้องสร้างรั้วยาวกี่วา (ตอบเป็นทศนิยมสองตำแหน่ง)

สงวนลิขสิทธิ์ บริษัท พัฒนาคุณภาพวิชาการ (พว.) จำกัด

2. เสาธงต้นหนึ่งสูง 60 ฟุต ปักอยู่ตรงจุดกึ่งกลางบนที่ดินรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ถ้าโยงลวดซึ่งยาว 61 ฟุต จากยอดเสาธงไปยังมุมหนึ่งของที่ดิน และล้อมรั้วรอบที่ดินแปลงนี้ หาพื้นที่ของที่ดินและความยาวของรั้วที่ล้อมรอบที่ดินแปลงนี้

แบบฝึกหัดท้ายหน่วยการเรียนรู้ที่ 2

1. เขียนเศษส่วนต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปทศนิยม

1) $\frac{5}{20}$ ______________________
2) $-\frac{7}{4}$ ______________________
3) $\frac{345}{990}$ ______________________
4) $-\frac{747}{66}$ ______________________

2. เขียนทศนิยมซ้ำต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปเศษส่วน

1) $0.\dot{4}8\dot{2}$ ______________________
2) $15.\dot{3}\dot{2} - 2.\dot{7}$ ______________________
3) $5.2 + 0.\dot{7}$ ______________________
4) $(2.\dot{5}\dot{1} + 4.\dot{3}\dot{8}) - 6.\dot{7}$ ______________________
5) $(12.67 \div 3.\dot{2}) \times 2.\dot{5}$ ______________________
6) $2.\dot{8}\dot{5} \times \left(\frac{12}{5} - 3\right)$ ______________________

3. พิจารณาผลลัพธ์ต่อไปนี้ว่าเป็นจำนวนอตรรกยะหรือไม่ เพราะเหตุใด

1) $0.\dot{5} \times \frac{1}{2}$ ______________________
____
2) $3.\dot{1}\dot{7} - 0.4$ ______________________
____
3) $2\sqrt{2} + 3\sqrt{2}$ ______________________
____
4) $2\sqrt{2} \times \sqrt{3}$ ______________________
____
5) $\sqrt{2^8} \times \sqrt{3^2}$ ______________________
____

4. เขียน ✓ ลงในข้อที่เป็นจำนวนตรรกยะ และเขียน ✗ ลงในข้อที่เป็นจำนวนอตรรกยะ

☐ 1) $\sqrt{7}$	☐ 2) $-\pi$	☐ 3) $\frac{7}{8}$	☐ 4) 0
☐ 5) $1 + \sqrt{2}$	☐ 6) $\sqrt{1}$	☐ 7) $\sqrt{20} - \sqrt{3}$	☐ 8) -0.25
☐ 9) 0.57588	☐ 10) $\sqrt{81}$	☐ 11) $3^2 + 4^3$	☐ 12) $(-212)^5$
☐ 13) $(9 \times 7)^{-2}$	☐ 14) $-(-7)^4$	☐ 15) $(4 - 3)^0$	

แบบทดสอบหน่วยการเรียนรู้ที่ 2

32 - 40	ดีมาก
28 - 31	ดี
24 - 27	พอใช้
ต่ำกว่า 24	ควรปรับปรุง

ฉันได้ ______ คะแนน

ตอนที่ 1 ระบายวงกลมตัวเลือกที่เป็นคำตอบที่ถูกต้อง ① ② ③ หรือ ④ (ข้อละ 1 คะแนน)

1. $\frac{4}{9}$ เขียนแทนด้วยทศนิยมได้ตามข้อใด

① 0.4 ② $0.\dot{4}$
③ $0.\dot{4}\dot{5}$ ④ $0.\dot{0}\dot{4}$

2. $\frac{263}{999}$ เขียนแทนด้วยทศนิยมได้ตามข้อใด

① 0.263 ② $0.26\dot{3}$
③ $0.2\dot{6}\dot{3}$ ④ $0.\dot{2}6\dot{3}$

3. $-1\frac{5}{27}$ เขียนแทนด้วยทศนิยมได้ตามข้อใด

① -1.185 ② $-1.18\dot{5}$
③ $-1.1\dot{8}\dot{5}$ ④ $-1.\dot{1}8\dot{5}$

4. $5.\dot{3}\dot{1}$ เขียนในรูปเศษส่วนได้ตามข้อใด

① $5\frac{31}{99}$ ② $5\frac{31}{90}$
③ $5\frac{31}{100}$ ④ $5\frac{31}{990}$

5. 0.646464... ทำเป็นเศษส่วนได้ตามข้อใด

① $\frac{31}{99}$
② $\frac{64}{99}$
③ $\frac{64}{90}$
④ เป็นจำนวนอตรรกยะทำเป็นเศษส่วนไม่ได้

6. เศษส่วนในข้อใดเมื่อทำเป็นทศนิยมแล้วเป็นทศนิยมซ้ำศูนย์

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$
③ $\frac{4}{9}$ ④ $\frac{3}{5}$

7. ข้อใดเป็นจำนวนอตรรกยะ

① $\frac{1}{2}$ ② $0.\dot{9}$
③ $\sqrt{13}$ ④ $\sqrt{4}$

8. ข้อใดเป็นจำนวนอตรรกยะ

① 0.02

② $0.\dot{3}$

③ $\sqrt{9}$

④ 0.010120123...

9. ข้อใด**ไม่**ถูกต้อง

① จำนวนเต็มเป็นจำนวนตรรกยะ

② จำนวนตรรกยะบางจำนวนเป็นจำนวนเต็ม

③ ผลคูณของจำนวนตรรกยะกับจำนวนตรรกยะ จะได้จำนวนอตรรกยะ

④ ผลบวกของจำนวนอตรรกยะและจำนวนตรรกยะ จะได้จำนวนอตรรกยะ

10. ข้อใดเป็นเท็จ

① 0 เป็นจำนวนตรรกยะ

② $\frac{22}{7}$ เป็นจำนวนอตรรกยะและจำนวนจริง

③ π เป็นจำนวนจริง

④ $\sqrt{(-3)^3} = -3$

11. ข้อใดเป็นจำนวนตรรกยะ

① $\sqrt{10^5}$

② $\sqrt{(-2)^3}$

③ $\frac{176}{56}$

④ $\frac{4}{\sqrt{3}}$

12. ข้อใดเป็นจำนวนอตรรกยะ

① $\sqrt[3]{(-27)}$

② $\sqrt[3]{64}$

③ $\frac{22}{7}$

④ 5.246722467...

13. $\sqrt{213^4}$ เท่ากับข้อใด

① 213^1

② 213^2

③ 213^3

④ 213^4

14. จำนวนในข้อใด**ไม่**เป็นรากที่สองของ 784

① $28, -28$

② $\sqrt{28}, -\sqrt{28}$

③ $\sqrt{2^2 \times 2^2 \times 7^2}$

④ $-\sqrt{4^2 \times (-7)^2}$

15. จำนวนใดเป็นรากที่สองของ 900

① ± 50

② ± 40

③ ± 30

④ ± 20

16. รากที่สองของ 15,129 เท่ากับข้อใด

① $\pm\sqrt{123}$

② ± 123

③ -123

④ 123

17. จำนวนใดเป็นรากที่สองของ 10.89

① ± 3.3

② ± 3.5

③ ± 5.3

④ ± 5.5

18. -1.41 เป็นรากที่สองของจำนวนใด

① 19,881

② -1.9881

③ 1.9881

④ 141

19. $4\sqrt{3}$ เป็นรากที่สองของจำนวนใด

① 12

② 34

③ 43

④ 48

20. ค่าของ $7\sqrt{180}$ เท่ากับข้อใด

① $42\sqrt{2}$

② $42\sqrt{3}$

③ $42\sqrt{5}$

④ $42\sqrt{7}$

ตอนที่ 2 เติมคำตอบลงในช่องว่างให้ถูกต้อง (ข้อละ 1 คะแนน)

1. $\sqrt{1,372}$ มีค่าเท่ากับ ______________________
2. $\sqrt[3]{-4,913}$ มีค่าเท่ากับ ______________________
3. $0.0\dot{4}\dot{2}$ เขียนในรูปเศษส่วนได้ ______________________
4. ถ้า $x = 9$ แล้ว $\sqrt{x} - \frac{9}{\sqrt{x}}$ มีค่าเท่ากับ ______________________
5. จำนวน ______________________ เป็นรากที่สองของ 20
6. รากที่สองของ 729 คือ ______________________
7. รากที่สองของ 2,025 คือ ______________________
8. $-10\sqrt{5}$ เป็นรากที่สองของจำนวน ______________________
9. ค่าของ $10\sqrt{14,175}$ คือ ______________________
10. ค่าของ $5\sqrt[3]{960}$ คือ ______________________

ตอนที่ 3 แสดงวิธีทำ (ข้อละ 5 คะแนน)

1. หาผลลัพธ์ของ $\frac{\sqrt[3]{0.216}}{\sqrt[3]{0.000027}} + \frac{\sqrt[3]{4,913}}{\sqrt[3]{1,000}}$

2. เครื่องบินโดยสารลำหนึ่งบินอยู่เหนือหอบังคับการบิน โดยบินอยู่สูงจากพื้นดิน 10 กิโลเมตร พีรัชชัยยืนอยู่บนพื้นดินและห่างจากหอบังคับการบิน 8 กิโลเมตร เครื่องบินโดยสารลำนี้อยู่ห่างจากจุดที่พีรัชชัยยืนอยู่กี่กิโลเมตร (ตอบเป็นทศนิยมหนึ่งตำแหน่ง เมื่อกำหนดให้ $\sqrt{41} \approx 6.403$)

กระบวนการคิดขั้นสูงเชิงระบบ GPAS 5 Steps

สอดคล้องกับการเลื่อนวิทยฐานะ (ว PA)

1. ข้อตกลงในการพัฒนางาน

ออกแบบการจัดการเรียนรู้
การส่งเสริมการเรียนรู้
และการพัฒนาตนเองด้วย
GPAS 5 Steps

2. ประเมินผลการพัฒนางานตามข้อตกลง

เสนอผลของการจัดการเรียนรู้
การส่งเสริมการเรียนรู้
และการพัฒนาตนเอง
จากการพัฒนาด้วย
GPAS 5 Steps

3. สรุปผลการประเมินการพัฒนางาน

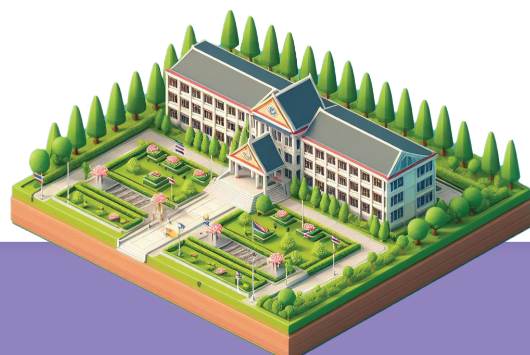
สรุปผลการประเมิน
การจัดการเรียนรู้
การส่งเสริมการเรียนรู้
และการพัฒนาตนเอง
ที่เกิดจากการคิด
ขั้นสูงเชิงระบบ
GPAS 5 Steps

4. กรรมการประเมินตามวิทยฐานะ

ผลการประเมินของคณะกรรมการ
ด้านการจัดการเรียนรู้ การส่งเสริมการเรียนรู้
และการพัฒนาตนเองตามวิทยฐานะ

5. ผลงานทางวิชาการ

มีนวัตกรรม
การจัดการเรียนรู้
การส่งเสริมการเรียนรู้
และการพัฒนาตนเอง
ที่มีคุณภาพ
และคุณประโยชน์ต่อวิชาชีพครู



สถาบันพัฒนาคุณภาพวิชาการ (พว.)
บริษัท พัฒนาคุณภาพวิชาการ (พว.) จำกัด
1256/9 ถนนนครไชยศรี แขวงถนนนครไชยศรี เขตดุสิต กรุงเทพฯ 10300
โทร. 0-2243-8000 (อัตโนมัติ 15 สาย), 0-2241-8999
แฟกซ์ : ทุกหมายเลข, แฟกซ์อัตโนมัติ : 0-2241-4131, 0-2243-7666
website : www.iadth.com
8 859764 306352
ราคา 99 บาท